

کد کنترل

121

A



121A

صبح پنج‌شنبه ۱۴۰۳/۰۲/۰۶

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچه شماره ۱

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی
نوبت اول - اردیبهشت سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز است و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- مقادیر a ، $1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $4/25$ (۳) $12/25$ (۴) $14/75$

۲- اگر گزاره P درست، گزاره q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) r (۲) T (۳) $\sim r$ (۴) $\sim T$

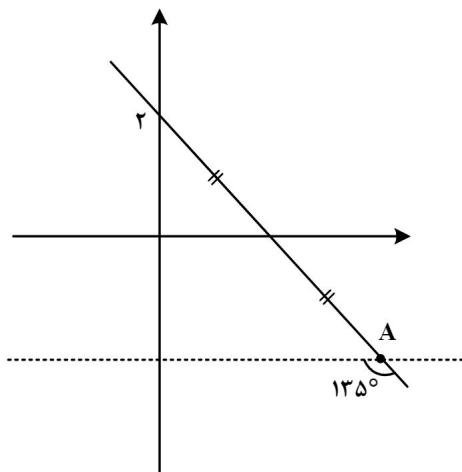
۳- نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

- (۱) $3/2$ (۲) $3/4$ (۳) $5/2$ (۴) $5/4$

۴- اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2}\right]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

۶- اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(af(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟

- (۱) $1/3$ (۲) $-1/3$ (۳) $1/5$ (۴) $-1/5$

۷- برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

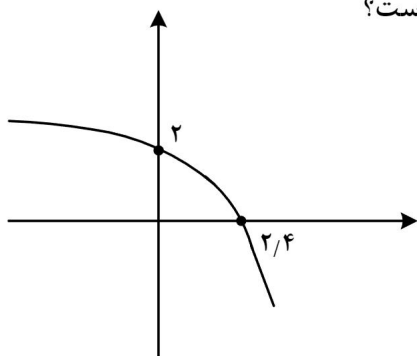
۸- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۵

۹- اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

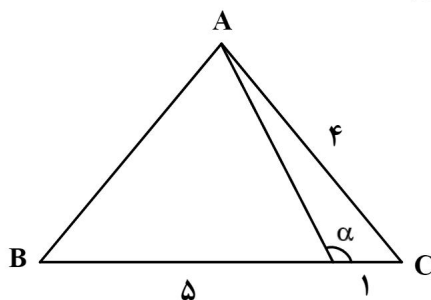
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- نمودار تابع $y = c + \log_\Delta(ax + b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{2}{5}$
(۲) $-\frac{3}{5}$
(۳) $-\frac{1}{10}$
(۴) $-\frac{3}{10}$

۱۱- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

۱۲- حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\cos^2 \alpha$ (۴) $\sin^2 \alpha$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $-\pi$ (۳) -3π (۴) -4π

۱۵- مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۶- اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f - g$ کدام است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-3, 0)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(1, 0)$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2 - 1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه $(1, +\infty)$ نزولی است؟ ($m \neq 2$)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر است. مقدار ac کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۲۱- خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۲- یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۷۸ (۳) ۶۶ (۴) ۴۲

۲۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهر شده یکی از تاس‌ها اول بوده و مجموع آنها حداقل ۶ است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{11}{18}$ (۴) $\frac{13}{18}$

۲۴- میانگین دسته اول با ۴ داده برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است. یک داده از دسته اول را با یک داده از دسته دوم جابه‌جا می‌کنیم به طوری که میانگین دسته‌های جدید مجدداً برابر خواهند شد. اگر واریانس دسته اول قبل از جابه‌جایی داده‌ها برابر $\frac{1}{25}$ باشد، واریانس دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{75}$ (۴) $\frac{4}{5}$

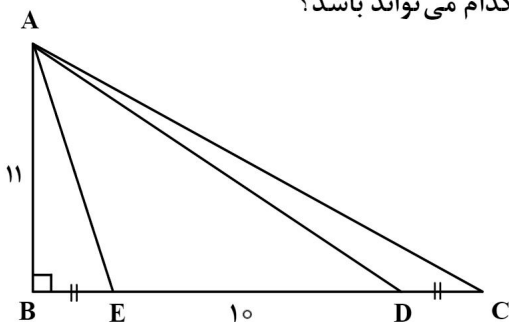
۲۵- دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{7}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۶- فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع (۲) تلاقی سه میانه (۳) تلاقی سه نیمساز (۴) تلاقی سه عمود منصف

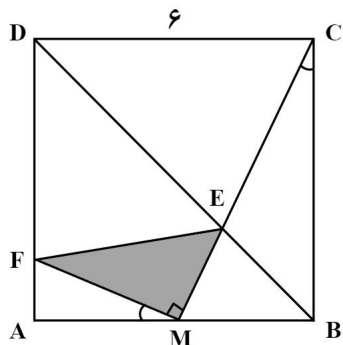
۲۷- در شکل زیر، $\hat{D}AE = \hat{A}CD$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) ۸
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۵

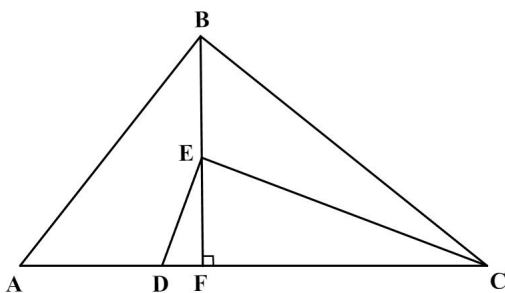
محل انجام محاسبات

۲۸- در مربع شکل زیر، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه خورده کدام است؟



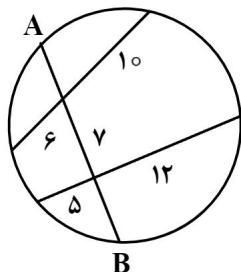
- (۱) $\frac{4}{75}$
- (۲) $\frac{4}{25}$
- (۳) $\frac{3}{75}$
- (۴) $\frac{3}{25}$

۲۹- در شکل زیر، $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{6}$
- (۲) $10\sqrt{2}$
- (۳) $6\sqrt{3}$
- (۴) $8\sqrt{5}$

۳۰- در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟



- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۹

۳۱- در کدام تبدیل، همواره جهت شکل حفظ می‌شود؟

- (۱) بازتاب
- (۲) دوران
- (۳) انتقال
- (۴) تجانس

۳۲- در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر

ساق کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}\sqrt{5}$
- (۲) $\frac{7}{2}\sqrt{10}$
- (۳) $6\sqrt{5}$
- (۴) $4\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

ماتریس $B - \frac{3}{2}A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، سطر سوم ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $[-10 \ 1 \ 5]$ (۲) $[-10 \ 1 \ 7]$ (۳) $[7 \ 5 \ -5]$ (۴) $[7 \ 5 \ -2]$

۳۵- کانون‌های یک بیضی نقاطی با طول $x = 3$ و $x = -3$ روی محور x ها هستند. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{3}$ باشد،

طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $12\sqrt{2}$ (۳) $18\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$

۳۶- یک متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{a} = (2, -3, 4)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ و $\vec{c} = (3, -2, 1)$ تولید شده و صفحه P

شامل بردارهای \vec{b} و \vec{c} است. اندازه ارتفاع این متوازی‌السطوح عمود بر صفحه P ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

۳۷- یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت

$23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۸- اگر m کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{407r + 592s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموع ارقام m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳۹- حداقل چند عدد از مجموعه $\{3, 4, \dots, 9, 12, 13, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آنها دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک هستند؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۴۰- در گراف G ، $|V(G)| = 8$ و $|E(G)| = 24$ است. کمترین مقدار ممکن برای $\delta(G)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات